

მოსწავლეთა VI საშობაო ოლიმპიადის ინფორმაციაში, ალგორითმული ტური.

ევროპის უნივერსიტეტი. თბილისი, 2021 წლის 21 მარტი.

1. მდინარის ერთ ნაპირს მიადგა **3 მისიონერი** და **ამდენივე კანიბალი**. ნაპირზე აღმოაჩინეს ნავი, რომლითაც შეიძლება იმგზავროს **არა უმეტეს 2-მა** ადამიანმა. როგორ გადავიდეს ექვსივე მეორე ნაპირზე იმ პირობის დაცვით, რომ არც ერთ მომენტში არც ერთ ნაპირზე **კანიბალების რაოდენობამ არ უნდა გადააჭარბოს მისიონერების რაოდენობას**. ნავს შეუძლია მოძრაობა მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ მას მართავს ამ ნავში მყოფი პიროვნება. ნავის მართვა შეუძლია ამ ექვსიდან თითოეულს.
2. ყვებიან, რომ დიდი ხნის ერთმანეთის უნახავი 2 ბრძენის შეხვედრისას ერთ-ერთმა მოიკითხა, თუ რამდენი შვილიშვილი ყავს მეორეს. მეორემ მიუგო – სამიო. მაშინ პირველმა კითხა – რა ასაკის არიანო. მეორემ უპასუხა – მათი ასაკები (წლები) გამოისახება ისეთი მთელი რიცხვებით, რომ მათი ნამრავლია **36**, ხოლო ჯამი კი **N (პირველმა ბრძენმა იცის ამ რიცხვის მნიშვნელობა – ჩვენ კი არ ვიცით)**. მიუხედავად იმისა, რომ მეორემ პირველს დაუსახელა ასაკების ჯამი, პირველი არ მოეშვა (ეს არ აღმოჩნდა საკმარისი), მაშინ მეორემ ბოდიშის მოხდით დაამატა, რომ უფროსი შვილიშვილი, თურმე ძალიან გავს მას. ამის შემდეგ პირველმა გამოიცნო ბავშვების ასაკები. იგივე მოგეთხოვებათ თქვენც ყოველივე ზემოთქმულის საფუძველზე, იმის გათვალისწინებით, რომ ორივე მოსაუბრე ბრძენია. პასუხი დაასაბუთეთ.
3. ვიტყვით, რომ **A** სტრიქონი თავსებადია **B** სტრიქონთან მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ მას იგივე სიგრძე აქვს და იგი არ შეიცავს არც ერთ ისეთ სიმბოლოს, რომელიც არ გვხდება **B**-ში. სტრიქონისთვის **abadela** დაადგინეთ მისი რიგითი ნომერი მიმდევრობაში, რომელიც შედგება ლექსიკოგრაფიულად დალაგებული ყველა იმ და მხოლოდ იმ სტრიქონისგან, რომლებიც მასთან თავსებადია. მაგალითად, თუ იგივე ვიკითხეთ სტრიქონისთვის **abc**, პასუხი იქნება **6**, ვინაიდან ზემონახსენები წესით აგებული მიმდევრობის პირველი **6** წევრი იქნება: **aaa aab aac aba abb abc**. თქვენი პასუხი დაასაბუთეთ.
4. ილიას კალკულატორს შეუძლია მხოლოდ **2 სახის** ოპერაციის შესრულება — მიმდინარე რიცხვის **გამრავლება 3-ზე** (ავლნიშნოთ **3**-ით) და მიმდინარე რიცხვის **გაზრდა 1-ით** (ავლნიშნოთ **1**-ით). დაადგინეთ მოქმედებათა (ოპერაციათა) **მინიმალური სიგრძის** მიმდევრობა, რომლის შესრულება უზრუნველყოფს ამ კალკულატორზე **1717**-ის მიღებას, თუ **თავიდან** მიმდინარე რიცხვი იყო **1**. მაგალითად, **26**-ისთვის პასუხი იქნებოდა **1311311**. პასუხი დაასაბუთეთ.
5. როგორც ცნობილია, თუ ჩვენს განკარგულებაშია თეფშებიანი სასწორი გირების გარეშე, მაშინ **4** გარეგნულად ერთნაირი მონეტიდან ყალბი მონეტის დადგენა, თუ ეს მონეტა ერთადერთია და დანარჩენებისგან განსხვავდება მხოლოდ წონით (თუმცა, მძიმეა თუ მსუბუქი, უცნობია), **ყოველთვის შესაძლებელია 2** აწონვით. **5** მონეტიდან ერთადერთი ყალბი მონეტის დადგენას იგივე პირობებში, საზოგადოდ, **2 აწონვა უკვე არ ეყოფა**. დაადგინეთ, ყოველთვის შეიძლება თუ არა ამავე პირობებში **ერთადერთი** ყალბი მონეტის დადგენა **3** აწონვით, თუ მონეტების რაოდენობა არის: ა) **10**; ბ) **13**. პასუხი დაასაბუთეთ.
6. თურმე ერთმა პიროვნებამ შეძლო **3 ვაშლის თანაბრად** განაწილება **2 მამას** და **2 შვილს** შორის. როგორ შეიძლება ეს მომხდარიყო, თუ ცნობილია, რომ ვაშლები არ გაჭრილა?
7. სანყობში მოიტანეს **4 ტონა** კიტრი. გარკვეული პერიოდის შემდეგ ამ კიტრს გამოუჩნდა მყიდველი და საჭირო გახდა კიტრის ხელახალი აწონვა. როგორია სანყობში განთავსებული კიტრის **ახალი ჯამური წონა**, თუ ცნობილია, რომ სანყობში შეტანის მომენტიდან მყიდველის გამოჩენამდე კიტრს არავინ შეხებია და მისი წონის შეცვლა გამოიწვია მხოლოდ კიტრის შემადგენლობაში შემავალი წყლის ბუნებრივმა აორთქლებამ, სახელდობრ, თუ სანყობში ახალმითანილი კიტრში წყალი შეადგენდა **98%-ს**, გაყიდვის მომენტისთვის წყლის შედგენილობა გაუტოლდა კიტრის სრული მასის **96%-ს**. პასუხი დაასაბუთეთ.

8. ცნობილია, რომ ყოველი მთელი რიცხვი შეიძლება წარმოვადგინოთ პოზიციურ სისტემაში ფუძით **(-2)**, სადაც ციფრებად გამოიყენება მხოლოდ **0** და **1**, თანაც ეს წარმოდგენა ერთადერთია. მაგალითად, $9 = (11001)_{(-2)}$, ხოლო $-14 = (110110)_{(-2)}$, მართლაც, $1 \cdot (-2)^0 + 0 \cdot (-2)^1 + 0 \cdot (-2)^2 + 1 \cdot (-2)^3 + 1 \cdot (-2)^4 = 9$, ხოლო $0 \cdot (-2)^0 + 1 \cdot (-2)^1 + 1 \cdot (-2)^2 + 0 \cdot (-2)^3 + 1 \cdot (-2)^4 + 1 \cdot (-2)^5 = -14$. წარმოადგინეთ პოზიციურ სისტემაში ფუძით **(-2)** რიცხვები: **43**, **-43**, **2918** და **-2918**. პასუხი დაასაბუთეთ.

9. დაადგინეთ უმცირესი დადებითი რიცხვი, რომლის ათობითი მნიშვნელობა **თავდება ციფრით 2** და რომელიც **ორმაგდება**, თუ ბოლო ციფრს **გადავანაცვლებთ რიცხვის თავში**. პასუხი დაასაბუთეთ.

10. მიმდევრობა შედგება ლექსიკოგრაფიულად დალაგებული ყველა ისეთი სტრიქონისგან, რომელთა სიგრძე არის **8** და რომლებშიც გამოყენებულია მხოლოდ ქართული ასოები **'ნ'** და **'ჭ'**:

ნნნნნნნნ

ნნნნნნნჭ

ნნნნნნჭნ

...

ჭჭჭჭჭჭჭჭ

დაადგინეთ ამ მიმდევრობის ისეთი წევრების რაოდენობა, რომლებშიც ასო **ჭ** ჭარბობს ასო **ნ**-ს. პასუხი დაასაბუთეთ.