

თბილისი, 2018 წლის 17 თებერვალი

A. მოძულეული ციფრები

დაწესებულების ახალმა ხელმძღვანელმა აღმოაჩინა, რომ თურმე ადრინდელი ხელმძღვანელი, პრინციპიალურად არ იყენებდა საბუთების დანომვრისთვის რიცხვებს, რომელთა ჩანაწერში შედიოდა მის მიერ იმ წელს ათვალისწინებული ციფრები. თანაც სხვადასხვა წელს ეს პიროვნება ითვალისწინებდა ციფრების სხვადასხვა კომპლექტებს. ყოველ წელს საბუთების საწყის ნომრად ჩვენი ციფრთმომოქმედ ირჩევდა ისეთ უმცირეს არაუარყოფით რიცხვს, რომელიც არ შეიცავდა მის მიერ ამ წელიწადში მოძულეულ არც ერთ ციფრს. ყოველი მომდევნო საბუთის ნომერი მიიღებოდა ანალოგიური პრინციპით - აიღებოდა უახლოესი რიცხვი, რომელიც აღემატებოდა მიმდინარე ნომერს და არ შეიცავდა არც ერთ მოძულეულ ციფრს. მაგალითად, თუ მოძულეული იყო ციფრები **8, 7, 9, 5, 1, 3**, მაშინ ამ წლის პირველი რამდენიმე დოკუმენტი დაინომრებოდა რიცხვებით: **0, 2, 4, 6, 20, 22, 24, 26, 40, 42, 44, ...**

და იმის გამო, რომ ეს უცნაური კაცი ხელმძღვანელობდა დაწესებულებას საკმაოდ დიდი ხნის განმავლობაში, აუცილებელი გახდა ისეთი პროგრამის დაწერა, რომელიც მოძულეულ ციფრთა მოცემული კომპლექტისა და საძიებელი საბუთის რიგითი ნომრის მიხედვით (რომელიც ათვლილია ნულიდან) სწრაფად დაადგენს თუ რა რიცხვით მოუწია ამ საბუთს დანომრვა ზემონახსენები ციფრთმომოქმედ ხელმძღვანელის ხელში.

შეზღუდვები. მოძულეული ციფრების საერთო რაოდენობა არა ნაკლებ 1-ია და არა უმეტეს 8. საძიებელი საბუთის რიგითი ნომერი არაუარყოფითი რიცხვია, რომელიც არ აღემატება 10¹⁹-ს.

შეტანის ფაილის ფორმატი. პირველ სტრიქონში ჩამოთვლილია მოძულეული ციფრები, რომელთა შორისაც გამყოფად გამოიყენება ერთი ან რამდენიმე ჰარი. მეორე სტრიქონში ჩვენთვის საინტერესო საბუთის რიგითი ნომერია, ათვლილი 0-დან.

გამოტანის ფაილის ფორმატი. ერთადერთ სტრიქონში - ამოცანის პასუხი, ანუ ნულიდან ათვლილი მოცემული რიგითი ნომრის მქონე საბუთის ოფიციალური ნომერი, მიღებული მოძულეული ციფრების ასევე მოცემული კომპლექტის პირობებში.

მაგალითები:

შეტანის ფაილი	გამოტანის ფაილი
8 7 9 5 1 3 8	40
0 1 3 4 6 7 8 9 5	55

თბილისი, 2018 წლის 17 თებერვალი

B. ჩაკეტილობა გამრავლების მიმართ

მოცემული N ცალი p_i/q_i ($1 \leq i \leq N$, $1 \leq N \leq 10^6$, $-10^9 \leq p_i \leq 10^9$, $1 \leq q_i \leq 10^9$) სახის წილადისგან შედგენილი მიმდევრობისთვის დაადგინეთ არის თუ არა იგი ჩაკეტილი გამრავლების მიმართ. მიმდევრობა ითვლება ჩაკეტილად გამრავლების მიმართ, თუ მისი ნებისმიერი 2 წევრის ნამრავლი ისევ ამავე მიმდევრობის წევრია.

შეზღუდვები. $1 \leq i \leq N$, $1 \leq N \leq 10^6$, $-10^9 \leq p_i \leq 10^9$, $1 \leq q_i \leq 10^9$.

შეტანის ფაილის ფორმატი. პირველ სტრიქონში მოცემულია რიცხვი N (წილადების რაოდენობა), მეორეში – კი N ცალი წილადი p_i/q_i (საწყისი მიმდევრობის წევრები), რომლებიც ერთმანეთისგან გამოყოფილია არა ნაკლებ თითო ჰარით. შევნიშნოთ, რომ წილადების ჩანაწერები შიგნით არ შეიცავს ჰარებს.

გამოტანის ფაილის ფორმატი. ერთადერთ სტრიქონში – ამოცანის პასუხი, ანუ ტექსტი **Yes**, თუ მოცემული მიმდევრობა ჩაკეტილია გამრავლების მიმართ და ტექსტი **No** - წინააღმდეგ შემთხვევაში.

მაგალითები:

შეტანის ფაილი	გამოტანის ფაილი
1 -5/3	Yes
4 1/3 3/3 5/5 3/1	Yes
7 2/3 -3/2 -5/5 -2/3 3/2 7/7 0/2	No
4 1/3 7/7 1/3 3/1	No

თბილისი, 2018 წლის 17 თებერვალი

C. მოხვდება წერტილში?

მოცემული დადებითი მთელი რიცხვებისთვის A, B, C, D განსაზღვრეთ შეძლებს თუ არა სიბრტყეზე მოძრავი რობოტი წერტილიდან (A, B) მოხვდეს წერტილში (C, D) , თუ მას შეუძლია გადაადგილება მხოლოდ სვლებით, რომელთაც ქვია L და R . L ეწოდება გადაადგილებას ნებისმიერი (x, y) -დან $(x+y, y)$ -ში (ანუ, როდესაც მარცხენა კოორდინატი იზრდება მარჯვენის მნიშვნელობის დამატებით), ხოლო R კი ეწოდება გადაადგილებას ნებისმიერი (x, y) -დან $(x, y+x)$ -ში (ანუ, როდესაც მარჯვენა კოორდინატი იზრდება მარცხენა კოორდინატის მნიშვნელობის დამატებით). დადებითი პასუხის შემთხვევაში გამოიტანეთ სვლების მიმდევრობა, რაც მიიყვანს რობოტს (A, B) წერტილიდან (C, D) -ში.

შეზღუდვები. $1 \leq A, B, C, D \leq 10^5$. გარანტირებულია, რომ (A, B) და (C, D) წერტილები ერთმანეთს არ ემთხვევა.

შეტანის ფაილის ფორმატი. ერთადერთ სტრიქონში – ერთმანეთისგან სულ ცოტა თითო ჰარით გამოყოფილი რიცხვები A, B, C და D .

გამოტანის ფაილის ფორმატი. თუ რობოტი ვერ მოხვდება (A, B) წერტილიდან (C, D) -ში, მაშინ გამოსატანია ერთადერთი სტრიქონი ტექსტით **No**. წინააღმდეგ შემთხვევაში გამოსატანია ორი სტრიქონი. პირველ სტრიქონში - ტექსტი **Yes**, ხოლო მეორე სტრიქონში კი რობოტის მიერ (A, B) -დან (C, D) წერტილში მოძრაობის დროს გაკეთებული სვლების მიმდევრობა ერთმანეთის მიყოლებით ჰარების გარეშე.

მაგალითები:

შეტანის ფაილი	გამოტანის ფაილი
1 1 4 7	Yes RRLR
2 1 4 7	No

თბილისი, 2018 წლის 17 თებერვალი

D. მაქსიმუმების სხვაობა

მოცემული მთელი დადებითი N -თვის განსაზღვრეთ სხვაობა, რომელიც მიიღება, თუ ამ რიცხვის უმცროსი ბიტებიდან მის ყველაზე მარცხენა ერთიანის მიერ დაკავებული პოზიციის ჩათვლით სივრცეზე ბიტების ყველა შესაძლო გადანაცვლებით მიღებული რიცხვების მაქსიმუმს გამოვაკლებთ ამავე სივრცეზე მოცემული რიცხვისთვის ბიტების ყველა შესაძლო ციკლური ძვრებით მიღებული რიცხვების მაქსიმუმს. მაგალითად, 22-თვის, რომლის ორობითი მნიშვნელობაა (10110)₂, პირველი ზემომოთხოვნილი სახის მაქსიმუმი (მიღებული ბიტების გადანაცვლებებით) იქნება (11100)₂=28, ხოლო მეორე სახის მაქსიმუმი კი (მიღებული ბიტების ციკლური ძვრებით) იქნება (11010)₂=26. ამიტომ ამოცანის პასუხი იქნება 2.

შეზღუდვები. $0 < N \leq 10^{18}$.

შეტანის ფაილის ფორმატი. ერთადერთ სტრიქონში - რიცხვი N .

გამოტანის ფაილის ფორმატი. ერთადერთ სტრიქონში – ამოცანის პასუხი.

მაგალითები:

შეტანის ფაილი	გამოტანის ფაილი
22	2
1024	0
1023	0
18724	13020

თბილისი, 2018 წლის 17 თებერვალი

E. ანტი გრეი

როგორც ცნობილია, ინგლისელმა მათემატიკოსმა ფრენკ გრეიმ (Franc Gray) მოიფიქრა გონებამახვილი ფორმულა, რომელიც რიგითი ნომრის მიხედვით განსაზღვრავს ისეთი მიმდევრობის წევრს, რომელშიც ყოველი ორი მეზობელი წევრის ორობითი მნიშვნელობა განსხვავდება ზუსტად ერთ ბიტში. ასეთ მიმდევრობას გრეის მიმდევრობა ვუწოდოთ. თუ N_i აღნიშნავს გრეის მიმდევრობის რომელიმე წევრის (გრეის კოდის) რიგითი ნომრის ორობითი მნიშვნელობის i -ურ თანრიგს (ბიტს), ხოლო G_i - საკუთრივ ამ ნომრის მქონე წევრის ორობითი მნიშვნელობის i -ურ თანრიგს, მაშინ ადგილი ექნება ფორმულას:

$$G_i = N_i \wedge N_{i+1}$$

შევნიშნოთ, რომ თანრიგები ითვლება გადანომრილად მარჯვნიდან მარცხნივ დაწყებული 0-დან. N ნომრის მქონე გრეის კოდის მიღების მარეალიზებული ფუნქცია დაპროგრამების ენაზე C შემდეგნაირად გამოიყურება:

```
unsigned long long G(long long N)
```

```
{ return N ^ N >> 1;}
```

ამრიგად, გრეის მიმდევრობის პირველი რამდენიმე წევრია: 0, 1, 3, 2, 6, 7, 5, 4, 12, 13, 15, 14, 10, 11, 9,... ადვილად ვამჩნევთ, რომ ზემოაღნიშნული თვისება (მეზობელი წევრების ორობითი მნიშვნელობების განსხვავება ზუსტად ერთ ბიტში) სრულდება. ჩვენი ამოცანაა მოცემული გრეის კოდის მიხედვით დავადგინოთ მისი რიგითი ნომერი გრეის მიმდევრობაში.

შეზღუდვები. შემავალი სტრიქონის სიგრძე არ აღემატება 20000-ს.

შესატანი ფაილის ფორმატი. ერთადერთ სტრიქონში გრეის კოდი (გრეის მიმდევრობის წევრი), მოცემული თექვსმეტობითი სახით. 9-ზე მეტი მნიშვნელობის ციფრებად აღებულია ლათინური ანბანის დიდი რეგისტრის პირველი ასოები (A - დან F -დე ჩათვლით).

გამოსატანი ფაილის ფორმატი. ერთადერთ სტრიქონში – ამოცანის პასუხი ასევე თექვსმეტობითში. შედეგს არ უნდა ქონდეს წამყვანი ნულები. აქაც 9-ზე მეტი მნიშვნელობის ციფრებად ასაღებია ლათინური ანბანის დიდი რეგისტრის პირველი ასოები

მაგალითები:

შეტანის ფაილი	გამოსატანის ფაილი
3F	2A
5B9	6D1

თბილისი, 2018 წლის 17 თებერვალი

F. სამეულების რაოდენობა

მტელი რიცხვების სამი მოცემული სეგმენტისთვის $[a,A],[b,B],[c,C]$ განსაზღვრეთ მთელი რიცხვებისგან შედგენილი ისეთი დალაგებული სამეულების (x,y,z) საერთო რაოდენობა, რომლებიც აკმაყოფილებს ერთდროულად ყველა შემდეგ მოთხოვნას:

$$x < y, x < z, y < z, a \leq x \leq A, b \leq y \leq B, c \leq z \leq C.$$

შეზღუდვები. $a \leq A, b \leq B, c \leq C, -10^9 \leq a, b, c, A, B, C \leq 10^9$.

შეტანის ფაილის ფორმატი. ერთადერთ სტრიქონში მოცემულია რიცხვები a, A, b, B, c, C - მეზობელი რიცხვები ერთმანეთისგან გამოიყოფა ჰარებით.

გამოტანის ფაილის ფორმატი. ერთადერთ სტრიქონში – ამოცანის პასუხი. პასუხი გამოსატანია მოდულით $1000000007 (10^9+7)$.

მაგალითები:

შეტანის ფაილი	გამოტანის ფაილი
1 3 1 3 1 3	6
1 3 -1 0 4 10	42

თბილისი, 2018 წლის 17 თებერვალი

G. რიცხვის დაშლა

მოცემული მთელი დადებითი N -თვის განსაზღვრეთ ამ რიცხვის დადებით შესაკრებებად ისეთ დაშლათა საერთო რაოდენობა, რომ კეპტ და ლუწ ადგილებზე მოთავსებული შესაკრებების ჯამები ტოლია და არ არსებობს გამოსახულების არც ერთი დასაწყისი, რომლისთვისაც ლუწ ნომრიან ადგილებზე მოთავსებული შესაკრებების ჯამი აღემატება კენტ ნომრიან ადგილებზე მოთავსებულ წევრთა ჯამს. შესაკრებების ადგილები ჩავთვალოთ გადანომრილად მარცხნიდან მარჯვნივ დაწყებული 1-ით. მაგალითად, $N=6$ -თვის ასეთი დაშლები სულ 5-ცალია:

$3+3, 2+2+1+1, 2+1+1+2, 1+1+2+2, 1+1+1+1+1$.

პასუხი გამოსატანია მოდულით $100000009 (10^9+9)$.

შეზღუდვები. $0 < N \leq 10^6$.

შეტანის ფაილის ფორმატი. ერთადერთ სტრიქონში - რიცხვი N .

გამოტანის ფაილის ფორმატი. ერთადერთ სტრიქონში – ამოცანის პასუხი.

მაგალითები:

შეტანის ფაილი	გამოტანის ფაილი
6	5
7	0

თბილისი, 2018 წლის 17 თებერვალი

H. რობოტი რიცხვით ღერძზე

რობოტი გადადგილდება რიცხვით ღერძზე მის მიერ ათვისებული სვლებით. პირველი სვლის სიგრძეა 1, ხოლო ყოველი მომდევნო სვლის სიგრძე ზუსტად 3-ჯერ მეტია წინა სვლასთან შედარებით. ყოველ სვლაზე რობოტს შეუძლია ან გააკეთოს პაუზა (S) და ამ შემთხვევაში დარჩეს ადგილზე ან გადაადგილდეს სვლის სიგრძის ტოლი მანძილით მის მიერ არჩეული მიმართულებით (R-მარჯვნივ, L-მარცხნივ).

მოცემული მთელი N -თვის დაადგინეთ შეუძლია თუ არა რობოტს მოხვდეს რიცხვითი ღერძის წერტილში კოორდინატით N, თუ ცნობილია, რომ იგი იწყებს მოძრაობას წერტილიდან კოორდინატით 0. დადებითი პასუხის შემთხვევაში გამოიტანეთ სათანადო სვლების მიმდევრობა. თუ მიზნის მისაღწევად არსებობს რამდენიმე ვარიანტი, გამოიტანეთ ნებისმიერი, რომელიც არ თავდება S-თ, გარდა შემთხვევისა, როცა ეს არის ერთადერთი სვლა. თუ მოცემული წერტილი რობოტისთვის მიუწვდომელია, გამოიტანეთ ტექსტი **Impossible**.

შეზღუდვები. $-10^{17} \leq N \leq 10^{17}$.

შეტანის ფაილის ფორმატი. ერთადერთ სტრიქონში - რიცხვი N.

გამოტანის ფაილის ფორმატი. ერთადერთ სტრიქონში - ამოცანის პასუხი.

მაგალითები:

შეტანის ფაილი	გამოტანის ფაილი
0	S
5	LLR
-15	SRRL

თბილისი, 2018 წლის 17 თებერვალი

I. სისტემა ფუძით (-2)

ცნობილა, რომ ყოველი მთელი რიცხვი შეიძლება წარმოვადგინოთ პოზიციურ სისტემაში ფუძით (-2), სადაც ციფრებად გამოიყენება მხოლოდ 0 და 1, თანაც ეს წარმოდგენა ერთადერთია. მაგალითად, $9 = (11001)_{(-2)}$, ხოლო $-14 = (110110)_{(-2)}$, მართლაც, $1 \cdot (-2)^0 + 0 \cdot (-2)^1 + 0 \cdot (-2)^2 + 1 \cdot (-2)^3 + 1 \cdot (-2)^4 = 9$, ხოლო $0 \cdot (-2)^0 + 1 \cdot (-2)^1 + 1 \cdot (-2)^2 + 0 \cdot (-2)^3 + 1 \cdot (-2)^4 + 1 \cdot (-2)^5 = -14$.

მოცემული მთელი N წარმოადგინეთ პოზიციურ სისტემაში ფუძით (-2).

შეზღუდვები. $-10^{17} \leq N \leq 10^{17}$

შეტანის ფაილის ფორმატი. ერთადერთ სტრიქონში – რიცხვი N.

გამოსატანი ფაილის ფორმატი. ერთადერთ სტრიქონში – ამოცანის პასუხი.

მაგალითები:

შეტანის ფაილი	გამოსატანის ფაილი
0	0
9	11001
-14	110110

თბილისი, 2018 წლის 17 თებერვალი

J. მახასიათებელი

კორექტული ფრჩხილებიანი გამოსახულება (<CBV>) ვუწოდოთ სტრიქონს, რომელიც შეიძლება შეიცავდეს მხოლოდ მრგვალ, კვადრატულ და ფიგურულ ფრჩხილებს და განისაზღვრება შემდეგი წესებით:

$$\langle CBV \rangle ::= | \langle CBV \rangle | [\langle CBV \rangle] \{ \langle CBV \rangle \} \langle CBV \rangle \langle CBV \rangle$$

შევნიშნოთ, რომ ცარიელი სტრიქონი არის კორექტული ფრჩხილებიანი გამოსახულება.

შემოვიღოთ აღნიშვნები: **A** – ნებისმიერი კორექტული ფრჩხილებიანი გამოსახულება, **B** და **C** – ნებისმიერი ორი არაცარიელი კორექტული ფრჩხილებიანი გამოსახულება. კორექტული ფრჩხილებიანი გამოსახულების მახასიათებელი ვუწოდოთ ასეთ გამოსახულებებზე შემდეგი წესების მიხედვით განსაზღვრულ რიცხვით ფუნქციას **F**:

$$\begin{aligned} 1. F(“) = 1 & \quad 2. F(“+A+”) = F(A) + 1 & \quad 3. F(“[+A+]”) = F(A) + 2 & \quad 4. F(“{+A+}”) = F(A) + 3 \\ 5. F(B+C) = F(B) * F(C) \end{aligned}$$

შევნიშნოთ, რომ + აღნიშნავს კონკატენაციის (მიდგმის) ოპერაციას.

თუ მოცემული სტრიქონი წარმოადგენს კორექტულ ფრჩხილებიან გამოსახულებას, გამოთვალეთ მისი მახასიათებლის (**F**) მნიშვნელობა, წინააღმდეგ შემთხვევაში კი გამოიტანეთ ტექსტი **The first mistake in position**, რომელსაც მოსდევს ერთი ჰარით გამოყოფილი ისეთი პირველი პოზიციის რიგითი ნომერი (ათვლილი 1-დან), რომლის შიგთავსის გამო ეს სტრიქონი ვერ ჩაითვალა კორექტულ ფრჩხილებიან გამოსახულებად. ცხადია, თუ სტრიქონის ამოწურვამდე შეცდომა არ იყო. მაგრამ ბოლოს დარჩა ეთი მაინც არდახურული ფრჩხილი, შეცდომიან პოზიციად უნდა ჩაითვალოს პოზიცია ნომრით, რომელიც მიიღება, თუ სტრიქონის სიგრძეს მივუმატებთ 1-ს.

შეზღუდვები. საწყისი სტრიქონის სიგრძე არ აღემატება **60**-ს, იგი შეიძლება შეიცავდეს მხოლოდ ფრჩხილებს.

შეტანის ფაილის ფორმატი. ერთადერთი სტრიქონი – საწყისი სტრიქონი.

გამოსატანი ფაილის ფორმატი. ერთადერთ სტრიქონში – ამოცანის პასუხი.

მაგალითები:

შეტანის ფაილი	გამოსატანის ფაილი
	1
()	2
[]	3
() [()	The first mistake in position 5
([] () [()	The first mistake in position 13
([[] ()] ()	49
{ }	4
([{ }	13
{ [() }	9